
Mines Télécom

Exercice 1

On note $E = \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$ et on considère A, B deux éléments de E non colinéaires. On note $M = AB^T + BA^T$.

1. Justifier que M est diagonalisable.
2. Déterminer le rang de M . On pourra pour cela déterminer la première colonne de M .
3. Déterminer le spectre de M et les sous espaces propres associés.

Exercice 2

On considère $f(x) = \int_1^{+\infty} \frac{t^{-x}}{(t+1)} dt$

1. Donner le domaine de définition de f .
2. Étudier la continuité et la monotonie de f .
3. Montrer que pour tout $x \in D_f$, $f(x) + f(x+1) = 1/x$.
4. Déterminer un équivalent de f en 0^+ .