

Exercices ENS EA 2026 :

Exercice n° 1 :

Soit $E = \mathbb{R}^3$ muni de son produit scalaire usuel et soit $p \in \mathcal{L}(E)$ un projecteur dont la matrice dans la base canonique est :

$$A = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 5 & -2 & -1 \\ -2 & 2 & -2 \\ -1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

Déterminer le plan P sur lequel p est la projection orthogonale. En déduire la distance du vecteur $u = (1, 1, 1)$ au plan P .

Exercice n° 2 :

Pour tout $m \in \mathbb{N}^*$, on pose :

$$I_m = \int_0^{+\infty} \frac{\exp(-x)}{x+m} dx$$

- 1) Justifier l'existence de I_m
- 2) Montrer que (I_m) tend vers 0
- 3) Montrer que : $I_m \sim \frac{1}{m}$ quand $m \rightarrow +\infty$