

Oral Mathématiques CCINP (2025)

July 2025

1 Exercice 1

Il s'agit de l'exercice 37 de la banque.

2 Exercice 2

Soit $a \in \mathbb{R}^*$, u un vecteur unitaire de \mathbb{R}^3 et \langle, \rangle un produit scalaire défini sur \mathbb{R}^3 .

On considère l'application définie sur \mathbb{R}^3 par :

$$f_a(x) = x + a \langle x, u \rangle u$$

1. Montrer que f_a est un endomorphisme de \mathbb{R}^3 .
2. Montrer qu'il existe un unique réel $a' \neq 0$ tel que :

$$\|f_{a'}(x)\| = \|x\| \quad \text{pour tout } x \in \mathbb{R}^3$$

Donner alors la nature de $f_{a'}$.
(On pourra s'intéresser à $f_{a'}^2$).

3. Montrer que f_a est un endomorphisme autoadjoint et déterminer ses éléments propres.