

Exercice 1 :

$$\text{Soit } I = \int_0^{+\infty} \frac{t \arctan(t)}{(1+t^2)^2} dt$$

1) Montrer que I est convergente.

$$\text{Soit } F : x \mapsto \int_{1/x}^x \frac{t \arctan(t)}{(1+t^2)^2} dt$$

2) Calculer $F'(x)$.

3) En déduire $F(x)$, puis I.

Exercice 2 :

Soit $A \in M_n(\mathbb{R})$ diagonalisable. Montrer que $B = \begin{pmatrix} A & A \\ A & A \end{pmatrix}$ est également diagonalisable.