Exercice avec préparation.

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $u_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$

1°) Donner u_{100} , u_{10^4} et u_{10^6}

2°) Étudier la convergence de la suite (u_n).

3°) Chercher un équivalent de $\int_x^{x+1} \frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{t}}$ quand $x \to +\infty$.

4°) On pose $x_n = u_n - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$. Les suites (u_n) et (x_n) sont-elles adjacentes ?

5°) Déterminer un équivalent de x_n en $+\infty$. Étudier alors convergence de la séries $\sum x_n$

6°) Python.

a) Programmer une fonction `suite_x`(n) qui renvoie x_n .

b) Programmer une fonction `equiv_x`(n) qui calcule le quotient de x_n par l'équivalent trouvé précédemment. **Exercice sans préparation.**

Pour $n \geqslant 2$, on se donne $(X_2 , X_3 , \dots , X_n, X_{n+1}), n$ variables aléatoires réelles suivant une loi de Bernoulli. Les $(X_i)_{2 \leqslant i \leqslant n+1}$ sont mutuellement indépendantes et pour tout $i \in [\![2, n+1]\!], X_i$ est de paramètre $\frac{1}{i}$.

Déterminer $P\left(\sum_{i=2}^{n+1} X_i = 0\right)$ et $P\left(\sum_{i=2}^{n+1} X_i = n\right)$