

1. Condition nécessaire et suffisante pour que la matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix}$$

soit diagonalisable ( $a, b \in \mathbb{R}$ )

2. (a) Soit  $\alpha_1, \dots, \alpha_{2p}$  des réels ( $p \in \mathbb{N}^*$ ). Soit  $A = (a_{i,j}) \in \mathcal{M}_{2p}(\mathbb{R})$  tel que  $a_{2p+1-i,j} = \alpha_i$  pour  $1 \leq i \leq 2p$ . Soit  $f$  l'endomorphisme canoniquement associé à  $A$ . Écrire la matrice  $A$ .
- (b) Soit  $E_i = \text{Vect}(e_{2p+1-i}, e_i)$  avec  $(e_1, \dots, e_{2p})$  la base canonique de  $\mathbb{R}^{2p}$ . Montrer que  $E_i$  est stable par  $f$ .
- (c) Montrer que  $f$  est diagonalisable si et seulement si pour tout  $i$ ,  $1 \leq i \leq p$ ,  $f$  restreint à  $E_i$  est diagonalisable.
- (d) En déduire une CNS pour que  $f$  soit diagonalisable?