Soit n ≥ 2.

Une matrice M ∈ Mn() vérifie la propriété P lorsque : ∀ X∈ Mn,1() X ≠ 0 tXMX > 0.

On définit ΦM : (X, Y) ∈ Mn,1()2  → tXMY.

Une famille (V1, V2, …, Vn) est dite M-conjuguée lorsque ∀ (i, j) ∈ [[1, n]]2  ΦM(Vi, Vj) = δi,j.

Soit A = 

a) Montrer que A vérifie P.

b) Montrer que ΦA est un produit scalaire de 3.

c) Déterminer une base orthonormale de 3 pour le produit scalaire ΦA en utilisant le procédé de Gram-Schmidt.

d) Déterminer deux bases (u1, u2, u3) et (v1, v2, v3) de 3 qui soient A-conjuguées.

e) Comparer  et A-1.

f) …