



CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Mathématiques 1

Oral

TSI

Exercice avec préparation

Soit $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$. On définit l'application $f_\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, 2π -périodique par :

$$\forall t \in]-\pi, \pi], \quad f_\alpha(t) = \cos(\alpha t)$$

1. Dans cette question, on prend $\alpha = 1/4$. Représenter graphiquement la restriction de f_α à l'intervalle $[-2\pi, 2\pi]$.

On reprend $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ quelconque.

2. Démontrer que f_α est paire.

3. Calculer les coefficients trigonométriques de f_α .

4. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \pi\mathbb{Z}$, on a

$$\cotan(x) = \frac{1}{x} - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2x}{n^2\pi^2 - x^2}$$

On rappelle que pour tout $x \in \mathbb{R}$ tel que $\sin x \neq 0$, $\cotan(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$.

Exercice sans préparation

La matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ est-elle inversible ? Diagonalisable ? Trigonalisable ?