

## Exercice 1

$$f: \alpha \mapsto \int_0^{+\infty} \frac{1 - \cos t}{t^2} e^{-\alpha t} dt$$

- Q1. Montrer l'existence de  $f$  sur  $\mathbb{R}_+$
- Q2. Montrer la continuité de  $f$  sur  $\mathbb{R}_+$
- Q3. Montrer que  $f \in \mathcal{E}^2(\mathbb{R}_+^*)$
- Q4. Donner la limite de  $f(\alpha)$  et  $f'(\alpha)$  lorsque  $\alpha$  tend vers  $+\infty$
- Q5 & 6. ????

## Exercice 2

Soit  $M \in O_m(\mathbb{R})$  et  $\frac{1}{3}(\mathbb{I}_m + 2M) \in O_m(\mathbb{R})$

- Q1. Montrer que  
 $\forall x \in \mathbb{R}^m, (Mx | x) = \|x\|^2$
- Q2. Conclusion sur  $M$