

MÉCANIQUE CENTRALE 1

On étudie le mouvement de la planète Mercure.

Données : page Wikipedia sur Mercure (je vous laisse la consulter)

Constante de Newton : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

célérité de la lumière : $c = 2,99 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

1. Calculer la masse du Soleil, M_S .
2. Montrer que l'influence de la Terre sur le mouvement de Mercure est négligeable.
3. Après avoir expliquer pourquoi le référentiel héliocentrique peut être considéré comme galiléen, vous montrerez que le mouvement de Mercure est plan.

Déterminer les équations du mouvement de Mercure en coordonnées polaires puis en coordonnées cartésiennes. Vous poserez un coefficient a regroupant les données.

Déterminer a à l'aide du programme Python et de différentes conditions initiales.

4. Comme pour l'ensemble des planètes du Système solaire, l'orbite de Mercure connaît une très lente précession du périhélie autour du Soleil, c'est-à-dire que son orbite est elle-même en rotation autour du Soleil. Cependant, contrairement aux autres planètes, la période de précession du périhélie de Mercure ne concorde pas avec les prédictions faites à l'aide de la mécanique newtonienne.

En effet, Mercure connaît une précession légèrement plus rapide que celle à laquelle on peut s'attendre en appliquant les lois de la mécanique céleste, et se trouve en avance d'environ 43 secondes d'arc par siècle.

Pour que les prévisions soient compatibles avec les observations, il faut donc tenir compte de la théorie de la relativité générale. On peut alors considérer qu'il faut ajouter une énergie potentielle de la forme :

$$E_{p2} = \frac{GM_S L^2}{mc^2 r^3}$$

Avec L , le moment cinétique de Mercure, m sa masse.

Montrer que l'influence de ce potentiel est faible.

5. Calculer la force exercée sur Mercure.
6. On introduit le vecteur de Runge-Lenz \vec{A} de la forme :

$$\vec{A} = \frac{1}{k} \left(\vec{v} \wedge \vec{L} - \vec{u}_r \right) \text{ avec } k = GM_S$$

Montrer que ce vecteur est une constante du mouvement.

7. ?
8. ?