

Exercice 1.

Montrer que  $O_n(\mathbb{R})$  n'est pas connexe par arcs.

Exercice 2.

Soit  $(X_{i,j})_{i,j \in \llbracket 1, n \rrbracket}$  une famille de variables aléatoires indépendantes telle que  $\forall i, j \in \llbracket 1, n \rrbracket, P(X_{i,j} = 1) = \frac{1}{2}$

et  $P(X_{i,j} = -1) = \frac{1}{2}$ . Considérons  $M$  la matrice telle que  $[M]_{i,j} = X_{i,j}$ .

- 1) Calculer l'espérance de la trace de  $M$ .
- 2) Calculer l'espérance du déterminant de  $M$ .
- 3) Calculer la probabilité que  $M$  soit de rang 1.