Partie 1

1. Définir la convergence uniforme d'une suite de fonctions $(fn)_n$ de I à valeurs dans $\mathbb{R}$

2. Enoncer puis démontrer le théorème de continuite d'une limite uniforme d'une suite de fonctions $(fn)_n$

Indication : On pourra remarquer que
$f(x) - f(a) = f(x) - f_n(x) + f_n(x) - f_n(a) + f_n(a) - f(a)$

3. Posons pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\forall x \in [0, +\infty[$, $f_n(x) = \frac{1-x^n}{1+x^n}$

- Etudier la convergence simple des $(fn)_n$
- Y-a-t-il convergence uniforme sur $[0, +\infty[$?

Partie 2

Soit E un *K ev* non réduit à $\{0_E\}$, et f nilpotent d'indice p

1. Montrer que f n'est ni injective ni surjective

2. Mq $\exists\, x_0 \in E\ tq\ B = \left(x_0, f(x_0), \dots, f^{n-1}(x_0)\right)$ *soit une base de E*

3. Donner la matrice de f dans B

4. f est-elle diagonalisable ? **Donner deux méthodes**