

CCINP

Exercice 1

La Terre est assimilée à une boule de rayon $R_T = 6370 \text{ km}$, de masse volumique uniforme $\rho = 5,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. On note $\mathcal{G} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$ la constante de gravitation universelle.

- 1) Donner l'analogie entre électrostatique et gravitation, en déduire le théorème de Gauss pour la gravitation.
- 2) Déterminer le champ gravitationnel à la surface de la Terre. A.N.
- 3) En réalité la Terre tourne autour de l'axe des pôles. On note ω la vitesse angulaire de rotation du référentiel terrestre par rapport au référentiel géocentrique. En déduire l'expression du champ de pesanteur. A.N. aux pôles et à l'équateur.

4) Conséquences sur la forme de la Terre: modèle de Newton: la Terre est assimilée à un fluide homogène de masse volumique ρ . Sa forme est un ellipsoïde de révolution autour de l'axe des pôles. On note a la distance entre le centre de la Terre et un point de l'équateur, et c la distance entre le centre de la Terre et le pôle. On note $\epsilon = \frac{a-c}{a} \ll 1$.

Le champ de gravitation en un point de l'axe Ox dirigé du centre de la Terre vers un point de l'équateur vaut $-K_{eq} x \vec{e}_x$ avec $K_{eq} = \frac{4\pi\rho\mathcal{G}}{3} \left(1 - \frac{2}{5}\epsilon\right)$.

Le champ de gravitation en un point de l'axe Oz dirigé du centre de la Terre vers le pôle Nord vaut $-K_{po} z \vec{e}_z$ avec $K_{po} = \frac{4\pi\rho\mathcal{G}}{3} \left(1 - \frac{1}{5}\epsilon\right) \frac{a}{c}$.

En calculant de deux façons différentes la pression au centre de la Terre (la pression à la surface étant considérée nulle), déterminer l'aplatissement ϵ en fonction de a , de ω , et de g_{eq} , norme de champ de gravitation à l'équateur..

- 5) A.N., calculer ϵ .

Exercice 2

On considère un circuit RLC série en régime libre. Le condensateur est initialement chargé. On observe la tension aux bornes du condensateur sur un oscilloscope, et le signal observé est pseudo-périodique (graphe fourni...). L'entrée de l'oscilloscope est modélisée par la mise en série de R_{osc} et C_{osc} (valeurs données).

Trouver trois inégalités pour que le signal observé soit bien celui fourni.