

Oral de mathématiques des CCP

Exercice 1 : Exercice 23 d'analyse des exercices de cours

Exercice 2 : Soit E espace euclidien, p projecteur $\in \mathcal{L}(E)$, $p \neq 0$, $p \neq id$.

1. Montrer les équivalences :

$$\begin{aligned} p \text{ orthogonal} &\iff \forall x \in E, \|p(x)\| \leq \|x\| \\ p \text{ orthogonal} &\iff \forall (x, y) \in E^2, \langle x | p(y) \rangle = \langle p(x) | y \rangle \end{aligned}$$

2. Soit $\|p\| = \sup_{\substack{x \in E \\ x \neq 0}} \frac{\|p(x)\|}{\|x\|}$

a) Montrer que $\|p\| \geq 1$

b) Montrer que : $p \text{ orthogonal} \iff \|p\| = 1$