

CCP : maths

Exercice 1 :

$$I = \int_0^1 \frac{t \times \ln(t)^2}{2 \times (1-t)^2} dt$$

1) Montrer que l'intégrale I est convergente.

2) a) Donner le DSE de $x \mapsto \frac{1}{(1-x)^2}$

b) En déduire que $I = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$

Exercice 2 :

Soient a_0, \dots, a_n des réels 2 à 2 distincts.

$\forall (P, Q) \in \mathbb{R}_n[X]^2$, on pose $(P | Q) = \sum_{k=0}^n P(a_k) \times Q(a_k)$

1) Montrer qu'il s'agit d'un produit scalaire.

2) On pose $F = \left\{ P \in \mathbb{R}_n[X] \mid \sum_{k=0}^n P(a_k) = 0 \right\}$

a) Justifier rapidement que F est un sev de $\mathbb{R}_n[X]$, calculer sa dimension et son orthogonal.

b) Calculer la distance de X^n à F.